

## 渦街(流)流量計的原理

### 1. 卡門渦街(流)的產生與現象

為說明卡門渦街(流)的產生，我們來考慮黏性流體繞流圓柱體的流動。當流體速度很低時，流體在前駐點速度為零，來流沿圓柱左右兩側流動，在圓柱體前半部分速度逐漸增大，壓力下降，後半部分速度下降，壓力升高，在後駐點速度又為零。

這時的流動與理想流體流經圓柱體相同，無旋渦產生，如圖 A-(a)所示。隨著流速增加，圓柱體後半部分的壓力梯度增大，引起流體附著圓柱體面層(簡稱附面層)的分離，如圖 A-(b)所示。當流體的雷諾數  $Re$  再增大，達到 40 左右時，由於圓柱體後半部附面層中的流體微團受到更大的阻滯，就在附面層的分離點  $S$  處產生一對旋轉方面相反的對稱旋渦。如圖 A-(c)所示。

在一定的雷諾數  $Re$  範圍內，穩定的卡門渦街(流)的及漩渦脫落頻率與流體流速成正比。

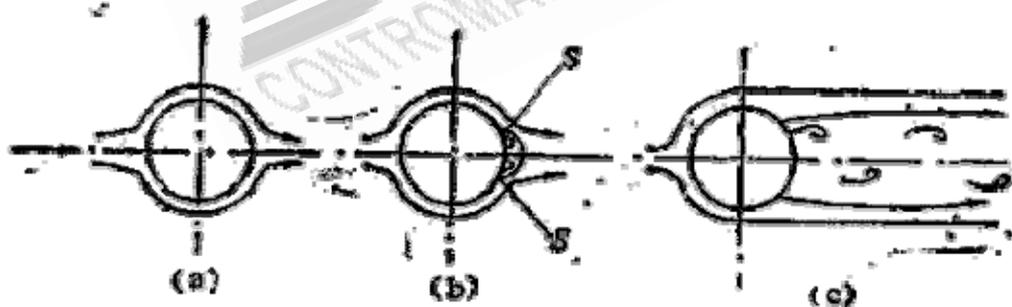


圖 A 圓柱繞渦街(流)產生示意圖

### 2. 卡門渦街(流)的穩定條件

並非在任何條件下產生的渦街(流)都是穩定的。馮-卡門在理論上已證明穩定的渦街(流)條件是：渦街(流)兩列旋渦之間的距離為  $h$ ，單列兩渦旋之間距離為  $L$ ，若兩者之間關係滿足：

$$\sin h(\pi h / L) = 1$$

或  $h / L = 0.281 \dots (a)$

時所產生的渦街(流)是穩定的。

### 3 · 渦街(流)運動速度

為了導出漩渦脫落頻率與流速之間的關係，首先要得到渦街本身的運動速度  $U_r$ 。為便於討論，我們假定在漩渦發生體上游的來源是無漩渦、穩定的流動，即其速度環量  $\Gamma$  為零。從湯姆生定理可知，在漩渦發生體下游所產生的兩列對應漩渦的速度環量  $\Gamma$ ，必然大小相等，方向相反，其合環量為零，由於對應兩漩渦的旋向相反，速度環量大小相等，所以在整個漩渦群的相互作用下，渦街(流)將以一個穩定的速度  $U_r$  向上游運動，從理論計算可得  $U_r$  的表示式為

$$U_r = (\Gamma/2L) \times \tan h(\pi h/L) \dots (b)$$

對於穩定的渦街，將式 (b) 代入，有：

$$U_r = (\Gamma/2L) \times \tan h(0.281\pi) = (\Gamma/2L) \times (1/\sqrt{2})$$

### 4 · 流體流速與漩渦脫落頻率的關係

從前面討論可知，當流體以流速  $U$  流動時，相對於漩渦發生體，渦街(流)的實際向下游運動速度為  $U - U_r$ 。如果單列漩渦的產生頻率為每秒  $f$  個漩渦，那麼，流速與頻率的關係為：

$$U - U_r = f \times L \dots (c)$$

將式(b)代入，可得到流速  $U$  與漩渦脫落頻率  $f$  之間的關係。但是，在實際上不可能測得速度環量  $\Gamma$  的數值，所以只能通過實驗來確定來流速度  $U$  與渦街(流)上行速度  $U_r$  之間的關係，確定因柱形漩渦發生體直徑  $d$  與渦街寬度  $h$  之間的關係，有：

$$h = 1.3d \dots (d)$$

$$U_r = 0.14U \dots (e)$$

將式 (b) · (c) · (d) · (e) 聯立，可得：

$$f = (U - U_r)/L = U(1 - 0.14) / (h/0.281) = 0.86 \times 0.281 \times U / 1.3d$$

$$\approx 0.2U / d$$

也可將上式寫成：

$$St = fd / U \approx 0.2$$

St 稱為斯特羅哈數。從實驗可知，在雷諾數 Re 為  $3 \times 10^2 \sim 3 \times 10^5$  範圍內，流體速度 U 與漩渦脫落頻率的關係是確定的。也就是說，對於圓柱形漩渦發生體，在這個範圍內，它的斯特羅哈數 St 是常數，並約等於 0.2，與理論計算值吻合的很好。

根據以上分析，從流體力學的角度可以判定渦街(流)流量計測量的上下限流量為： $Re = 3 \times 10^2 \sim 2 \times 10^5$ 。當雷諾數更大時，圓柱體周圍的邊界層將變成紊流，不符合上述規律，並且將會是不穩定的。

## 5 · 流體振動原理

當渦街(流)在漩渦發生體下游形成以後，仔細觀察其運動，可見它一面以速度 U - Ur 平行於軸線運動，另外還在與軸線垂直方向上振動。這說明流體在產生漩渦的同時還受到一個垂直方向上力的作用。下面討論這個垂直方向上力的產生原因及計算方法。

同前討論，假定來流是無旋的，根據湯姆生定律：沿封閉流動流線的環量不隨時間而改變。那麼，當在漩渦發生體右(或左)下方產生一個漩渦以後，必須在其它地方產生一個相反的環量，以使合環量為零。這個環量就是漩渦發生體周圍的環流。根據如科夫斯基的升力定理，由於這個環量的存在，會在漩渦發生體上產生一個升力，該升力垂直於來流方向。設作用在漩渦發生體每單位長度上的升力為 R，有：

$$R = \rho \times U \times \Gamma \dots (f)$$

式中  $\rho$ ：流體密度；

U：來流速度；

$\Gamma$ ：漩渦發生體的速度環量。

從前面的討論中可以得到以下關係，

$$\Gamma = 2\sqrt{2} \times L \times U_r ; U_r = K_1 \times U ; L = K_2 \times d ;$$

將上述關係代入式(f)，並令系數  $K = 2\sqrt{2} K_1 K_2$ ，則有：

$$R = K \times \rho \times d \times U^2 \dots (g)$$

這就是作用在旋渦發生體上的升力。由於旋渦在旋渦發生體兩側交替發生，且旋轉方向相反，故作用在發生體上的力亦是交替變化的。而流體則受到發生體的反作用力，產生垂直於軸線方向的振動，這就是流體振動的原理。

從上述分析可以知道：交替地作用在旋渦發生體上升力的頻率就是旋渦的脫落頻率。通過檢測該升力的變化頻率，就可以得到旋渦的脫落頻率，從而可得流體的流速值。

## 6. 流量公式

渦街(流)流量計是一種速度式流量計，它測的是流體的流速  $U$ 。為得到流量值，必須乘以流通截面積  $A$ 。對於不同形式的旋渦發生器，它的流通截面積計算是不同的。以下僅舉圓柱形流通截面積  $A$  可表示為

$$A \approx \pi D^2 / 4 \times (1 - 1.25d/D) \dots (h)$$

由此可得流量公式為

$$Q_v = A \times U = \pi D^2 / 4 \times f d / St \times (1 - 1.25d/D) \dots (i)$$

從該式可知，流量  $Q_v$  與旋渦脫落頻率  $f$  在一定雷諾數範圍內成線性關係。因此，也將這種流量計稱為線性流量計。